受験番号

数

㉛ 中高　数学科　解答用紙

※受験番号は各ページの左上に記入すること.
※解答用紙は切り離さないこと.

受験番号

㉛ 中高　数学科　解　答　用　紙(1)

【2】				
	(1)	$\dfrac{3}{28}$	(2)	$\theta = 30^\circ$
	(3)	$a < -\dfrac{1}{2}$	(4)	$y = \log_2 \dfrac{x}{3}$
	(5)	$5\sqrt{3} - 2\pi$		

【2】 計
25

【3】		
	(1)	男子同士 $_6C_2 = \dfrac{6\cdot 5}{2\cdot 1} = 15$. 女子同士 も 同様に 15試合 $15 + 15 = 30$ 30試合
	(2)	各クラス、自分のクラス以外の 5クラスと対戦する. 1つの対戦にかかる時間は 男子同士 5分 ＋ 入れ替え時間 1分 ＋女子同士 5分 ＝ 11分 次の対戦への入れ替え時間の 2分は 4回あるので $11 \times 5 + 2 \times 4 = 63$ 63分
	(3)	試合時間を x(分)とする. (2)より. 試合開始から全ての試合終了までは $5(2x+1) + 2\times 4$ (分) よって $5(2x+1) + 2\times 4 \leqq 100$ $x \leqq \dfrac{87}{10} = 8.7$ 最大 8分

【3】(1)小計
6

【3】(2)小計
7

【3】(3)小計
7

【3】 計
20

受験番号

㉛ 中高　数学科　解　答　用　紙(2)

【4】

(1)

$\angle AOD : \angle AOB : \angle BOC : \angle COD = 2:3:4:3$ となるので

$2+3+4+3=12$ より

$\angle AOD = 360^\circ \times \frac{2}{12} = 60^\circ$

$\triangle AOD$は一辺がRの正三角形である、その面積は

$\frac{1}{2}\cdot R\cdot R\cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}R^2$

$\frac{\sqrt{3}}{4}R^2$

【4】(1)小計　6

(2)

$AD=R$

$\triangle AOB$，$\triangle COD$は直角二等辺三角形であり　$AB=CD=\sqrt{2}R$

$\angle BOC = 120^\circ$，$BO=CO=R$ なので

$BC=\sqrt{3}R$　$\left(BC^2 = R^2+R^2-2R^2\cos 120^\circ \right.$ または $\left. BC = OB\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2 \right)$

$AB+BC+CD+DA = \sqrt{2}R+\sqrt{3}R+\sqrt{2}R+R$

$= (1+2\sqrt{2}+\sqrt{3})R$

$(1+2\sqrt{2}+\sqrt{3})R$

【4】(2)小計　6

(3)

$\triangle AOD$においてADを底辺としたときの高さは　$\frac{\sqrt{3}}{2}R$.

$\triangle BOC$においてBCを底辺としたときの高さは　$\frac{1}{2}R$.

台形$ABCD$の高さは　$\frac{\sqrt{3}}{2}R+\frac{1}{2}R$　より 面積が3となるので

$\frac{1}{2}(R+\sqrt{3}R)\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}R+\frac{1}{2}R\right)=3$

$\frac{1}{2}(1+\sqrt{3})R\times\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)R=3$

$(\sqrt{3}+1)^2R^2=12$

$R^2=\frac{12}{(\sqrt{3}+1)^2}$

$R>0$より　$R=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\times\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}=\frac{6-2\sqrt{3}}{3-1}=3-\sqrt{3}$

$R=3-\sqrt{3}$

【4】(3)小計　8

【4】計　20

受験番号

㉛ 中高 数学科 解 答 用 紙(3)

			小計
【5】	(1)	$\log_{10}5 = \log_{10}\frac{10}{2} = \log_{10}10 - \log_{10}2 = 1 - 0.3010 = 0.6990$ 0.6990	【5】(1)小計 8
	(2)	$\log_{10}15^{10} = 10\log_{10}\frac{30}{2} = 10(\log_{10}10 + \log_{10}3 - \log_{10}2)$ $= 10(1 + 0.4771 - 0.3010)$ $= 11.761$ よって $11 < \log_{10}15^{10} < 12$ ゆえに $10^{11} < 15^{10} < 10^{12}$ したがって 15^{10}は12桁の整数 12桁	【5】(2)小計 8
	(3)	(2)より $\log_{10}15^{10} = 11 + 0.761$ また $\log_{10}6 = \log_{10}2 + \log_{10}3 = 0.3010 + 0.4771 = 0.7781$ (1)より $\log_{10}5 = 0.6990$ $\therefore \log_{10}5 < 0.761 < \log_{10}6$ $5 < 10^{0.761} < 6$ $5 \times 10^{11} < 10^{11.761} < 6 \times 10^{11}$ すなわち $5 \times 10^{11} < 15^{10} < 6 \times 10^{11}$ したがって 15^{10}の最高位の数字は5 5	【5】(3)小計 9 【5】 計 25

受験番号

㉛ 中高　数学科　解　答　用　紙(4)

【6】

(1)

$$f'(x)=\frac{1\cdot(x^2+1)-x\cdot 2x}{(x^2+1)^2}=\frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2} \quad \cdots\cdots (答)$$

$f'(x)=0$ のとき　$x=\pm 1$　$f(-1)=-\frac{1}{2}$，$f(1)=\frac{1}{2}$

x		-1		1	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	極小	↗	極大	↘

増減表より

$$\begin{cases} x=-1 \text{ のとき 極小値 } -\frac{1}{2} \\ x=1 \text{ のとき 極大値 } \frac{1}{2} \end{cases}$$

【6】(1)小計　6

(2)

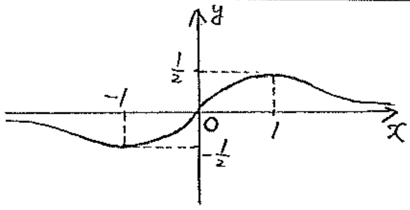
$$\int \frac{x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\int\frac{2x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\log(x^2+1)+C \quad \cdots\cdots (答)$$

（C：積分定数）

【6】(2)小計　6

(3)

$x \geqq 0$ において　$y=f(x) \geqq 0$ である．



$$S(t)=\int_t^{t+1}\frac{x}{x^2+1}dx$$

$$=\frac{1}{2}\left[\log(x^2+1)\right]_t^{t+1}$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\log(t^2+2t+2)-\log(t^2+1)\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\log\frac{t^2+2t+2}{t^2+1} \quad \cdots\cdots (答)$$

【6】(3)小計　6

(4)

$g(t)=\frac{t^2+2t+2}{t^2+1}=\frac{2t+1}{t^2+1}+1$　とおく．

$g(t)$ が最大となるとき、$S(t)$ は最大となる．

$$g'(t)=\frac{2(t^2+1)-(2t+1)\cdot 2t}{(t^2+1)^2}=\frac{-2t^2-2t+2}{(t^2+1)^2}=\frac{-2(t^2+t-1)}{(t^2+1)^2}$$

$g'(t)=0$ のとき　$t^2+t-1=0$ より　$t=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$　$t \geqq 0$ より　$t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

t	0		$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	
$g'(t)$		$+$	0	$-$
$g(t)$		↗	最大	↘

増減表より　$t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ $\cdots\cdots$ (答)

【6】(4)小計　7

【6】計　25